SUJET OPTION MP'

Concours d'Admission 1974

Deux pages dactylographiées

EPREUVE PRATIQUE DE MATHEMATIQUES

On étudie dans un plan deux mouvements ponctuels M_1 *et* M_2 *de trajectoire la courbe* C *d'équation, dans un repère polaire* $(O, \vec{i})$: $\rho = 2 + \cos 3\theta$

$$\left[\overrightarrow{OM} = \rho \vec{u} \text{ et } (\vec{i}, \vec{u}) = \theta \right]$$

I - *ETUDE DE* C

-1- *Tracer sommairement la courbe* C. *Indiquer la suite des points* $A_0 \left[\theta = 0, \rho = 3\right]$ A_1, A_2 ... *où la tangente est perpendiculaire à* OA_i ($i \in \{0, 1, 2 \ldots\}$). *L'ordre croissant des indices correspond au parcours de la courbe dans le sens trigonométrique.*

-2- *Le calcul de la longueur de la courbe* C *introduit l'intégrale*

$$I = \int_0^{\frac{\pi}{3}} \sqrt{9 + 4\cos 3\theta - 4\cos 6\theta}\, d\theta$$

Calculer une valeur approchée I_1 *de cette intégrale par la méthode des trapèzes, en divisant l'intervalle en 10 parties égales. On utilisera des tables numériques des fonctions trigonométriques donnant 3 décimales et l'on ne conservera que 2 décimales dans le résultat final.*

II - *MOUVEMENT* M_1

Le mouvement M_1 *est uniforme et s'effectue dans le sens contraire du sens trigonométrique. La position à l'instant* $t = 0$ *est le point* $A_0 \left[\theta = 0, \rho = 3\right]$ *et la vitesse* $\vec{V}_1$ *à cet instant a pour mesure* 1 . *Déduire du résultat de la partie I -2- une valeur approchée de la période* T_1 *du mouvement.*

III - *MOUVEMENT* M_2

La position à l'instant $t = 0$ *est le même point* A_0 *et la vitesse à cet instant est* $\vec{V}_2 = -\vec{V}_1$. *La position à chaque instant* t *est* M *de coordonnées polaires* ρ *et* θ , *et l'accélération a alors la direction de la droite* OM.

-1- *Déterminer, en appliquant la loi des aires, la relation entre* θ *et* t *sous la forme* $t = \phi(\theta)$. *En déduire la période* T_2 *du mouvement.*

-2- *Calculer, avec le maximum de précision,* $\phi(\theta)$ *pour* θ *correspondant à* $\pi \frac{103}{180}$ *et* $\pi \frac{104}{180}$. *En déduire qu'à l'instant* $\frac{T_2}{4}$ *la position* M' *dans le mouvement* M_2

cet intervalle entre les deux points correspondant aux valeurs précédentes de θ, par l'application, à partir de ces valeurs, de la méthode des parties proportionnelles, trouver une première valeur approchée, en degrés et minutes, de l'angle polaire de M' .

-3- En appliquant à $\phi(\theta)$, pour la valeur associée à 104°, la méthode de Newton, trouver une seconde valeur approchée, en degrés et minutes, de l'angle polaire de M' . Conclure.

IV - Etude d'un cas particulier

Entre quels points de la suite A_i ($i \in \{0, 1, 2, \ldots\}$) définie à la partie I-1- y a-t-il rencontre pour la première fois, après $t = 0$, des deux mobiles exécutant les deux mouvements M_1 et M_2 .

N.B. On peut traiter la partie IV sans avoir traité les parties III-2- et III-3-.

www.tunisie-etudes.info

Ce document a été téléchargé depuis
www.tunisie-etudes.info

Des documents gratuits, devoirs, examens, cours, exercices, corrigés... Ainsi que toute une rubrique pour vous aider à trouver un emploi sans oublier les avis de concours en direct

Notre page Twitter :
http://www.twitter.com/TunisieEtudes
Notre page FaceBook :
http://www.facebook.com/TunisieEtudes



Merci d'avoir choisi www.tunisie-etudes.info
Bonne lecture et bon travail